华南农业大学期末考试试卷答案（A卷）

2016-2017 学年第 1 学期　　考试科目：概率论与数理统计

一、选择题（每题 3 分，共计 15 分）

1. （ A ）　2.（ B ）　3.（ B ）　4. （ A ）　5. （ D ）

二、填空题（每题 3 分，共计 15 分）

1. 0.992；　2. $1-e^{-2}$；　3. 0.9 ；　4. t（2）；　5. EX.

三、计算题(本大题七小题，共计 70 分)

1.（8 分）解：设事件 A 表示"中途停车修理"，B_1 表示"经过的是货车"，B_2 表示"经过的是客车"。则

$P(B_1)=\frac{2}{3}$，$P(B_2)=\frac{1}{3}$，$P(A|B_1)=0.02$，$P(A|B_2)=0.01$ …………………2 分

$$\alpha=P(A)=\sum_{i=1}^{2}P(B_i)P(A|B_i)=\frac{2}{3}\times0.02+0.01\times\frac{1}{3}=\frac{0.05}{3}$$ ……4 分

$$\beta=P(B_1|A)=\frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{3}\times0.02}{\frac{0.05}{3}}=0.80$$ ………………8 分

2. （14 分）（1）　$P\{-1<X<\frac{1}{2}\}=\int_0^{\frac{1}{2}}(1-\frac{1}{2}x)dx=\frac{7}{16}$ --------6 分

（2）Y 的分布函数为 $F_Y(y)=P(Y\le y)=P(2X-3\le y)=P(X\le\frac{y+3}{2})$ -------8 分

当 $y<-3$ 时，$F_Y(y)=P\{\Phi\}=0$，

当 $-3<y\le1$ 时，$F_Y(y)=P(X\le\frac{y+3}{2})=F_X(\frac{y+3}{2})$

当 $1<y$ 时，$F_Y(y)=1$

所以，
$$F_Y(y)=\begin{cases}0 & y<-3\\ F_X(\frac{y+3}{2}) & -3\le y<1\\ 1 & y\ge1\end{cases}$$ …………… 12 分

从而，Y 的密度函数为
$$f_Y(y)=F_Y'(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}f_X(\frac{y+3}{2})=\frac{1-y}{8}, & 1\ge y>-3\\ 0, & other\end{cases}$$ …14 分

3.（12 分）　解：（1）ξ 的边缘密度为

$$f_\xi(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^{\infty} xe^{-x}\dfrac{1}{(1+y)^2}dy, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}=\begin{cases}xe^{-x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$ ------4 分

η 的边缘密度为

$$f_\eta(y)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^{\infty} xe^{-x}\dfrac{1}{(1+y)^2}dx, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}=\begin{cases}\dfrac{1}{(1+y)^2}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$$ ----8 分

（3）因为 $f(x,y)=f_\xi(x)f_\eta(y)$，所以ξ与η独立。 ------------12 分

4. （8 分）**解：** $E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx=\int_1^{+\infty} x\theta x^{-(\theta+1)}dx=\dfrac{\theta}{\theta-1}$ --------4 分

$E(X)=\mu=\dfrac{\theta}{\theta-1}$ --------6 分 $\hat{\theta}=\dfrac{\overline{X}}{\overline{X}-1}$ ---------8 分

5. （12分）解：（1）这是总体方差未知，检验均值的问题，采用*T双边*检验。

假设 $H_0:\mu=25; H_1:\mu\neq 25$ ---------2分

因为 $\overline{x}=27$，$\sigma=2.267$，$n=12$，故 $t=\dfrac{27-25}{2.267/\sqrt{12}}=3.056$ --------4分

临界值 $t_{0.025}(11)=2.2010$，因为3.056>2.2010，所以应该拒绝 H_0 ----6分

（2）检验假设：$H_0:\sigma^2\ge 3.24; H_1:\sigma^2<3.24$

当 H0 为真时，统计量 $\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$ ---------2 分

代入样本数据得 χ^2 的观察值：$\chi^2==\dfrac{11\times 2.267^2}{3.24}=17.448$---------4 分

因为 17.448≥ $\chi^2_{0.95}(11)=4.575$，所以接受 H0。 ---------6 分

6. （8 分） 解：$\sum_{i=1}^{10}(\dfrac{X_i-0}{0.3})^2\sim\chi^2(10)$ ---------2 分

$P\{\sum_{i=1}^{10}X_i^2>1.44\}=P\{\sum_{i=1}^{10}\dfrac{X_i^2}{0.3^2}>\dfrac{1.44}{0.3^2}\}=0.1$ --------8 分

7.（8 分）解：设组织货源 a 吨，Y 为货源 a 吨时的收益额，且为 X 的函数，

$$Y=g(X)=\begin{cases}1.5a & x\ge a\\ 1.5x-0.59(a-x) & x<a\end{cases}$$ ---------2 分

$$E(Y)=\int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx=\int_{300}^{a}1.5a\frac{1}{200}dx+\int_a^{500}(1.5x-0.59(a-x))\frac{1}{200}dx=\frac{-1.045a^2+927a-94050}{200}$$

用通常求极值的方法可计算当 a=443.54 时平均利润最大。 ---------8 分